

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ: ПОНИМАНИЕ, АНАЛИЗ РЕСУРСОВ, ПОДХОДЫ К РАЗРАБОТКЕ ИНСТРУМЕНТАРИЯ

Е.Г. Тяглова, Р.Л. Васильева

В статье рассматривается вопрос об изменениях в системе оценки качества общего образования в связи с принятием государственной программы РФ «Развитие образования» и введением проекта «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся». Представлен анализ информационных ресурсов для формирования банка заданий, направленных на формирование и развитие математической грамотности, а также представлены направления деятельности центра математического образования с учителями математики по созданию и включению в учебный процесс заданий, направленных на формирование математической грамотности.

Ключевые слова: функциональная грамотность, математическая грамотность, федеральный государственный образовательный стандарт, система оценки качества общего образования, задания для формирования математической грамотности.

В целях осуществления прорывного научно-технического и социально-экономического развития страны планируется обеспечение вхождения России в число пяти крупнейших экономик мира, в том числе обеспечение темпов экономического роста выше мировых. Правительству РФ поручено обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования [1].

В настоящее время система оценки качества Российского образования только формируется, в качестве надежных результатов для оценки качества общего образования считаются только результаты международных исследований PIRLS, TIMSS и PISA. Показатели данных международных исследований зафиксированы в государственной программе РФ «Развитие образования» на период 2018-2025 гг.: «Качество образования характеризуется сохранением лидирующих позиций Российской Федерации в международном исследовании качества чтения и понимания текста (PIRLS), а также в международном исследовании качества математического и естественно-научного образования (TIMSS), а также повышением позиций Российской Федерации в международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) не ниже 20 места в 2025 году, в том числе: повышением позиций Российской Федерации в 2021 году по естественно-научной грамотности не ниже 30 места, по читательской грамот-

ности не ниже 25 места, по математической грамотности – не ниже 22 места» [2].

Таким образом, формирующаяся система оценки качества российского образования должна опираться как на национальные Федеральные государственные стандарты, так и на международные стандарты – образовательные результаты, заданные в международных документах, среди которых выделяют «Навыки 21 века», и концептуальную рамку образовательных результатов ОЭСР 2030.

При явных различиях структуры и содержания данных документов можно выделить общие особенности в концепциях представления образовательных результатов, заданных как перспективы развития школы:

- комплексный подход к формированию образовательных результатов: выделение содержательных составляющих, связанных с формированием (в терминах ФГОС) предметных, метапредметных и личностных результатов;
- контекстуализация содержания образования и учебной деятельности (применение знаний в ситуациях, приближенных к реальным, формирование стратегий поведения в различных контекстах реальной жизни и др.);
- включение в оценочные процедуры методик оценки самостоятельной активности учащихся: их способности решать проблемы, проводить проекты и исследования как индивидуально, так и в групповой деятельности.

На основе анализа участия российских школьников в международных исследованиях, проведенного Институтом стратегии развития образования РАО, сформулированы основные механизмы повышения качества российского образования:

- 1) обновление методов обучения, учебных и методических материалов;
- 2) системное повышение квалификации учителей;
- 3) введение комплексного мониторинга образовательных достижений учащихся и качества образования с использованием современных измерителей для комплексной оценки предметных, метапредметных и личностных результатов («мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»);
- 4) широкое информирование профессионального сообщества и общественности о результатах и инструментарии международных исследований [3].

Таким образом, наряду с такими мониторинговыми процедурами как ВПР, краевые контрольные работы в российской системе основного общего образования с осени 2019 года появляется новая мониторинговая процедура: «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся».

Из названия мониторинга становится понятно, что основным объектом исследования является «функциональная грамотность» учащихся ос-

новой школы. В нашей статье будем придерживаться понимания функциональной грамотности как способности человека действовать в современном обществе, решать различные задачи, используя при этом определенные знания, умения и компетенции [4].

Поскольку в государственной программе РФ «Развитие образования» в качестве надежных результатов для оценки качества общего образования считаются только результаты международных исследований PIRLS, TIMSS и PISA, то за основу в разработке национального инструментария мониторинга формирования функциональной грамотности приняты подходы, реализованные в исследовании PISA. В исследовании PISA в качестве основных содержательных составляющих функциональной грамотности выделены шесть: математическая грамотность, читательская грамотность, естественнонаучная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление.

Рассмотрим понятие математической грамотности, лежащее в основе исследования PISA. Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира. Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.

Другими словами, математически грамотный гражданин, оказавшись в реальной ситуации, где ему следует принять решение, должен суметь распознать место математики в данной ситуации, путем рассуждений перевести ситуацию на язык математики, применить соответствующий математический аппарат, получить решение, проинтерпретировать полученный результат в контексте рассматриваемой ситуации и на основе этого принять оптимальное для себя решение. Таким образом, математическая грамотность проявляется в конкретной ситуации. Если участник ситуации не смог выполнить хотя бы один этап математического моделирования, то он в данной ситуации не проявил математическую грамотность.

Рассмотрим пример задания PISA и проанализируем, чем оно отличается от типичных заданий школьного курса математики.

Парусные корабли

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт дает возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна»

Тип: фрахтовое судно
(сдается в наем)

Длина: 117 метров

Ширина: 18 метров

Грузоподъемность: 12 000 тонн

Максимальная скорость: 19 узлов

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.

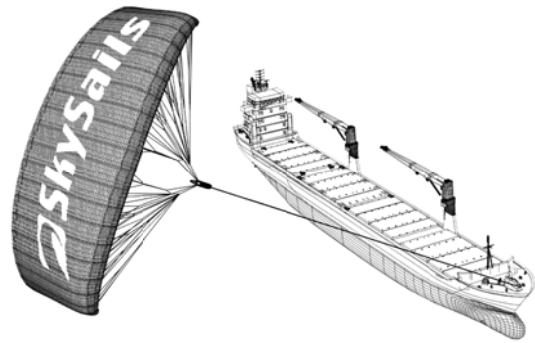
Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет: _____

Первое, на что следует обратить внимание – это достаточно большой по объему текст, который вводит нас в научный контекст ситуации. Кроме этого, в тексте представлена информация и рисунками, и числовыми значениями, текст сильно «зашумлен» лишними данными.

При решении задачи учащимся следует понимать, что значит «экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта», обращаясь к своему жизненному опыту.



Далее следует выделить только ту информацию, которая необходима для ответа на вопрос задачи, а именно:

- стоимость дизельного топлива в 0,42 зедра за литр;
- кайт дает возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%;
- расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров;
- стоимость установки на «*Новой волне*» кайта составляет 2 500 000 зедов.

В результате задачу можно переформулировать в «привычный» вид для школьного курса математики:

За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?

В такой формулировке задача не вызывает трудностей восприятия у учащихся, и с ней уже справляются учащиеся в 6 классе.

Влияние типизации задач на процесс математического моделирования

Еще один аспект, на который стоит обратить внимание при решении задач в школьном курсе математики, это подведение задач под определенный тип или шаблон решения. В результате такой типизации процесс математизации условия задачи (перевод из текстовой формулировки в математическую модель) происходит ограниченное число раз, а затем разрешается большой пул похожих задач уже по шаблону, тем самым процесс перевода задачи с текстового вида на язык математики становится формальным. На международной конференции, посвященной результатам участия России в международных исследованиях качества общего образования и прошедшей в ноябре 2016 г. в Москве, данный вопрос был освещен в материалах исследований «Что в заданиях PISA по математике мешает российским школьникам их выполнять?» [5].

Рассмотрим две задачи школьного курса.

Задача 1. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Задача 2. Владелец кондитерской хочет быстрее продать дорогие шоколадные конфеты, но не снижать на них цену. Для этого он думает сделать ассорти, смешав шоколадные конфеты по 350 рублей за килограмм с более дешевой карамелью по 72 рубля за килограмм. Сколько шоколадных конфет и карамели должно быть в 1 кг этого ассорти, чтобы его стоимость была примерно 149 рублей за килограмм?

Задача 1 является высоко типизированной в школьном курсе. Для ее перевода на математический язык традиционно используется табличный вид:

	Масса вещества, в кг	Концентрация, в долях	Масса сплава, в кг
1 сплав	$0,1x$ кг	0,1	x кг
2 сплав	$0,3 \cdot (200 - x)$ кг	0,3	$(200 - x)$ кг
3 сплав	$0,1x + 0,3 \cdot (200 - x)$ кг	0,25	200 кг

В результате, получаем математическую модель задачи:

$$0,1x + 0,3 \cdot (200 - x) = 0,25 \cdot 200. (*)$$

Решая задачу 2, мы уже начинаем рассуждать. Допустим пусть x – доля шоколадных конфет в 1 кг ассорти, а $(1 - x)$ – доля карамели в 1 кг ассорти. Тогда стоимость шоколадных конфет равна $350 \cdot x$ руб., а стоимость карамели – $72 \cdot (1 - x)$ руб.



Так как согласно условию задачи цена 1 кг ассорти 149 руб., состав- ляем уравнение:

$$350 \cdot x + 72 \cdot (1 - x) = 149. (**)$$

Полученные уравнения (*) и (**) можно записать в общем виде:

$$A \cdot x + B \cdot (N - x) = C \cdot N,$$

где для задачи на сплавы $A = 0,1$; $B = 0,3$; $C = 0,2$; $N = 200$, а для задачи на конфетное ассорти $A = 350$; $B = 72$; $C = 149$; $N = 1$.

В результатах исследования [5] было отмечено, что наиболее слож- ный этап в решении задачи на ассорти состоял как раз в процессе состав- ления схемы решения задачи и получения уравнения. Следует отметить,

что в задачах PISA данное умение (формулирование способа решения задачи) является одним из четырех проверяемых умений.

Анализ ресурсов для создания банка заданий, направленных на развитие и формирование математической грамотности

Возникает вопрос: Какие из существующих сегодня ресурсов мы можем считать актуальными для формирования математической грамотности?

Рассмотрим в качестве некоего «аналога», задающего логику, одно из заданий PISA, находящееся в открытом доступе (рис. 1). Это задача о «Продаже музыкальных дисков» [6].

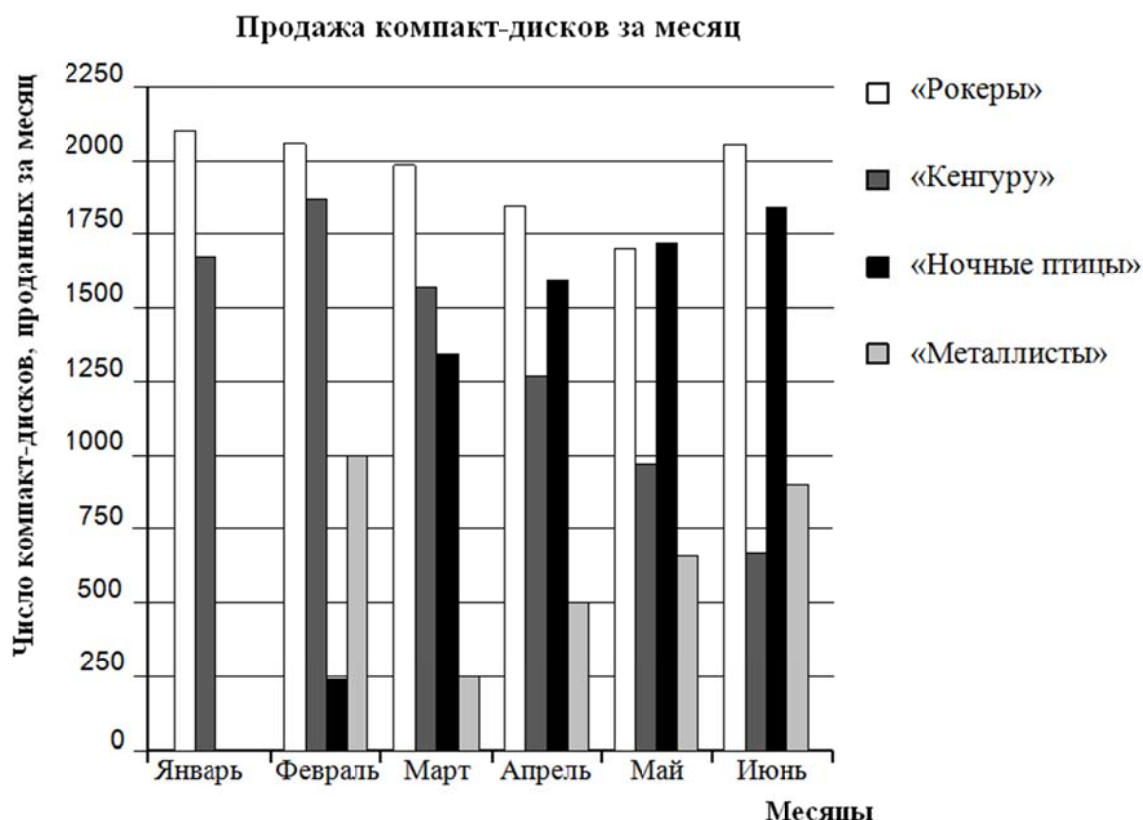


Рис. 1

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.

- 1) Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?
 - a. 250
 - b. 500
 - c. 1000
 - d. 1270

- 2) В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?
- a. Не было такого месяца
 - b. Март
 - c. Апрель
 - d. Май
- 3) Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь. Каков прогноз объема продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?
- a. 70 компакт-дисков
 - b. 370 компакт-дисков
 - c. 670 компакт-дисков
 - d. 1340 компакт-дисков

Данное задание относится к содержательной области «Неопределенность и данные», представляет «общественную» ситуацию; познавательная деятельность – «интерпретировать». Задание содержит три вопроса, отличающиеся друг от друга сложностью, которая возрастает от вопроса к вопросу. Так первый вопрос является традиционным, доступным для учащихся 4-5 классов, второй вопрос уже требует выполнения нескольких действий, а третий вопрос предполагает, что учащиеся самостоятельно разработают способ решения и поэтому является совершенно нестандартным.

Похожим на данное задание, по крайней мере, визуально, являются задания из Открытого Банка заданий ОГЭ для подготовки к итоговой аттестации учащихся [7]. Рассмотрим задания, которые можно отнести к области «неопределенность и данные». Контекст таких заданий чаще всего научный или общественный. Что касается познавательной деятельности, то она всегда одинакова – интерпретировать. И интерпретация всегда на самом простом уровне, т.к. никаких других преобразований кроме внимательного чтения графика или диаграммы здесь не предполагается. Задание проверяет либо воспроизведение простых математических действий, приемов, процедур либо установление связей между данными из условия задачи при решении стандартных задач.

Задача «Рождаемость». На рисунке (рис. 2) точками изображено число родившихся мальчиков и девочек (по отдельности) за каждый календарный месяц 2013 года в городском роддоме. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – число рождений. Для наглядности точки соединены линиями.

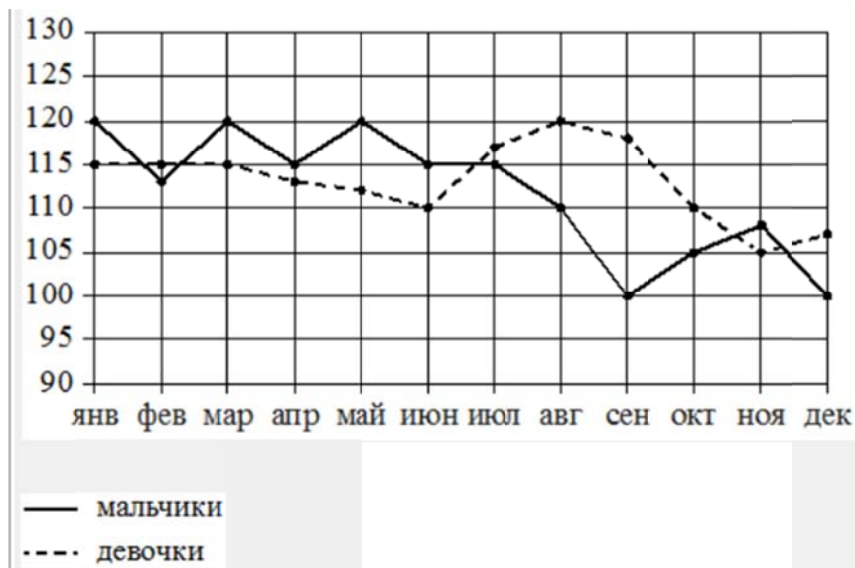


Рис. 2

Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику рождаемости в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

- А) январь – март
- Б) апрель – июнь
- В) июль – сентябрь
- Г) октябрь – декабрь

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) в каждый месяц этого периода число рождений девочек и мальчиков различалось не более чем на 5
- 2) в один из месяцев этого периода число рождений мальчиков и девочек различалось более чем на 10
- 3) в каждом месяце этого периода мальчиков рождалось больше, чем девочек
- 4) рождаемость девочек достигла минимума за весь год

Фактически, можно сказать, что задания из Открытого Банка заданий ОГЭ – это задачи на математическую грамотность, но очень низкого уровня (ниже первого). С этими заданиями можно работать, но выполняя предварительно их трансформацию. В качестве примера такой трансформации можно предложить следующий вопрос: « По графику видно, что с ноября по декабрь рождаемость мальчиков снизилась. Как вы считаете, какая рождаемость мальчиков будет в январе, если эта тенденция сохранится?»

Для ответа на данный вопрос ученику нужно не только интерпретировать диаграмму (понять принятые обозначения, найти график, соответству-

ющий «мальчикам»), но и определить количество мальчиков, которое родится в январе, полагая, что сохранится линейная тенденция. Поскольку точный ответ на этот вопрос дать трудно (примерно 92 или 93), то данный вопрос предполагает поиск учеником самостоятельной разработки решения.

Весной 2019 года на сайте ФИПИ был выставлен для ознакомления проект демонстрационного варианта ОГЭ – 2020 [8]. Связано это с тем, что в 2020 году будут сдавать ОГЭ первые выпускники ФГОС ОО. Рассмотрим задания 1-5, которые отличаются от привычных для нас заданий ОГЭ по своему виду. Нашему вниманию представлен план домохозяйства, в связи с чем, можно предположить, что данные задания относятся к области «пространство и форма». Если обратиться к спецификации, то в ней указаны следующие проверяемые умения: умение выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

На первый взгляд, это задания на проверку математической грамотности. Рассмотрим эти задания подробно.

№1. Ответом на данное задание будет последовательность из четырех цифр, тем не менее, это задание – на читательскую грамотность. Верное решение его предполагает всего лишь нахождение единственного значения, указанного в тексте.

№2 и №3. Эти задания проверяют применение простых математических действий. Здесь происходит интерпретация несложного текста и прямое применение хорошо известных математических знаний в знакомой ситуации, а именно разбиение плана на фигуры, площади которых можно вычислить, используя знакомую формулу. Область содержания в №2 – количество, №3 – пространство и форма. Уровень математической грамотности, необходимый для выполнения этих заданий, низкий (ниже первого).

№4. Область содержания этого задания – «пространство и форма». Задание проверяет умение формулировать ситуацию математически. Ученику нужно найти длину отрезка, но напрямую он это сделать не может и вынужден искать «обходной путь» как сторону прямоугольного треугольника. Уровень математической грамотности, необходимый для выполнения данного задания, первый.

№5. Данное задание можно охарактеризовать как «провокационное», т.к. оно не относится напрямую к общему условию задачи, а только к его последнему предложению. Для решения этой задачи ученик должен понять контекст задачи (о ЖКХ), знать, что такое окупаемость, выгода, иметь представление о бытовых нуждах и обязанностях домовладельца, понимать, как рассчитать стоимость. Это практико-ориентированная задача, для решения которой используются абсолютно все данные из таблицы, решение – единственное.

Мы можем сделать вывод, что представленные в проекте демонстрационного варианта ОГЭ задачи №1-5 – это учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста, ориентированные на работу с информацией, представленной в форме схемы, чертежа, рисунка.

Следующая задача относится к демоверсии ВПР по математике 7 класса.

«Прочтите текст.

Байкал – самое глубокое озеро на планете. Наибольшая глубина Байкала – 1642 метра. Байкал находится в Сибири между Иркутской областью и Республикой Бурятия. Живописные берега озера тянутся на 2000 километров, а площадь водной поверхности составляет 31 722 кв. км. Прибрежные территории отличаются уникальным разнообразием флоры и фауны. Вода в Байкале удивительно прозрачна: видно дно на глубине 40 метров. Запасы пресной воды в Байкале огромны: объем озера – 23 615 куб. км. Байкал является частью огромной экологической системы, охватывающей сотни тысяч квадратных километров. Специалисты считают, что снижение уровня воды в Байкале даже на 10 см приведет к необратимым катастрофическим последствиям для всей Восточной Сибири. Есть план построить на берегу озера завод, который будет выпускать байкальскую воду в бутылках. Экологи сильно обеспокоены сложившейся ситуацией.

Предположим, что завод будет выпускать 20 миллионов пятилитровых бутылок в год. Будет ли заметно понижение уровня воды в Байкале, вызванное деятельностью завода в течение трех лет? Ответ обоснуйте».

Данный текст достаточно сложен для восприятия, т.к. содержит очень большое количество лишней словесной и количественной информации, не имеющей отношения к вопросу. При этом для решения задачи используются все данные из вопроса и только одно число из текста задачи. Есть сложность и с единицами измерения: вся информация для решения должна быть «под рукой», а здесь есть и кубические километры, и литры. Сама задача относится к области «Изменение и зависимости», контекст «научный», познавательная деятельность – «Формулировать». Задача решается, как только ученик понимает, что нужно найти высоту объемной фигуры.

Еще один ресурс, к которому хочется обратиться – это школьные УМК по математике. Проблема заключается в том, что существующие УМК содержат типовые текстовые задачи, решая которые, ученик работает с уже готовыми знакомыми ему математическими моделями. Задачи же на математическую грамотность – это ситуации, для которых нужно самостоятельно сформулировать задачу, вычленив известные и неизвестные, лишние и недостающие данные. Только в УМК Г.В. Дорофеева для 7-9 классов есть задачи, которые в той или иной степени отвечают данному требованию.

Таким образом, необходимо создавать на уровне региона и РФ банки заданий для развития и формирования математической грамотности. Дан-

ному направлению будет способствовать проект «Мониторинг формирования функциональной грамотности», поскольку одной из его задач как раз обозначена задача разработки таких заданий.

На сегодняшний день центр математического образования спланировал следующие шаги по обучению учителей математики в области формирования математической грамотности у обучающихся:

1. Этап создания банка задач на формирование и развитие математической грамотности

- тема школьного курса математики, при изучении которой может быть использована данная задача;
- факты математической теории, необходимые для ее решения;
- место задачи в учебном процессе, возможность ее использования на уроке и во внеурочное время;
- проверяемые умения;
- уровень сложности задачи;
- критерии оценивания задания;
- источник информации о задаче.

2. Этап создания методических рекомендаций по включению задач в учебный процесс.

3. Проведение мероприятий по включению в учебный процесс задач данного типа.

Очевидно, что увеличение таких заданий, основанных на сюжетах, близких возрасту учащихся основной школы, сможет повысить мотивацию детей к изучению математики, осознать значимость предмета в общественной и социальной жизни подростка.

Литература

1. Указ «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года». 7 мая 2018 г. URL: <http://www.kremlin.ru/events/president/news/57425> (дата обращения 7.10.2019).

2. Государственная программа РФ «Развитие образования» на период 2018 – 2025 годы. Утверждена постановлением Правительства Российской Федерации от 26 декабря 2017 г. № 1642

3. Материалы к заседанию Президиума РАО 27 июня 2018 г. «Возможные направления совершенствования общего образования для обеспечения инновационного развития страны» (по результатам международных исследований качества общего образования) Доклад Г.С. Ковалевой. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/materialy-k-zasedaniyu-prezidiuma-rao-27-iyunya-2018-g-vozmozhnye-napravleniya-sovershenstvovaniya-obshchego-obrazovaniya-dlya> (дата обращения 7.10.2019).

4. Ковалева Г.С. Что необходимо знать каждому учителю о функциональной грамотности. //Вестник образования. 2019. № 16. С. 32–36.

5. Тюменева Ю.А. Что в заданиях PISA по математике мешает российским школьникам их выполнять?» URL: <https://fioco.ru/Media/Default/Presentations/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D1%8F%2024-25.11.2016/%D0%A2%D1%8E%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D0%B2%D0%B0%20%D0%AE.%D0%90..pdf> (последнее посещение 07.10.19)
6. Основные подходы к оценке математической грамотности. URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html (последнее посещение 07.10.19)
7. Открытый банк заданий ОГЭ. URL: <http://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0> (последнее посещение 07.10.19)
8. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ОГЭ 2020 г. URL: <http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory>